

## Barem clasa a III a

### Sub I

a =24 .....	2p
[ 216- (24+48)]: 3=48 (prima carte).....	5p
48+24=72 (a doua carte).....	1p
72+24=96 (a treia carte).....	1p

### Sub II

a) 599+995=1594 (1p+1p+1p).....	3p
b) 599, 689, 779, 797, 869, 887, 959, 977, 955 +0,6p, pentru ordine, +0,6p bonus dacă scrie exact cele 9 numere (nu și altele, sau lipsă) .....	9x0,2p=1,8p, .4p
c) Diferența a 2 numere impare e număr par .....	1p Deci, nu
avem nici o pereche .....	1p

### Sub III

a) 100+101+102=303 (0,5px4) .....	2p
b) 918, 919, 921, 931, 931, 941, 951, 961, 971, 981,991 (10x0,1p) .....	1p
(919, 921); (919, 921); (919, 931), ..., (919, 991) (0,25px8) .....	2p
c) De la 100 la 199 avem 100 de numere .....	1p
De la 200 la 299 avem 19 numere .....	1p
La fel de la $\overline{a00}$ la $\overline{a99}$ câte 19 numere .....	1p
Final 252 numere .....	1p

### Sub IV

Reprezentare grafică (sau ecuația) .....	3p
55 - 7 = 48 .....	2p
48 : 2 = 24 .....	2p
7 + 24 = 31 .....	2p

**NOTĂ:** La fiecare subiect se acordă câte un punct din oficiu.

## Barem clasa a IV a

### Sub I

- a)  $a = 2+3(4+5 \times 5-8): 9$  ..... 1p  
 $a = 2+3 \times 21: 9$  ..... 2p  
 $a = 2+7 = 9$  ..... 1p
- b)  $b \times 4 + 4 = 48 \times 4$  ..... 1p  
 $b \times 4 = 192 - 4$  ..... 1p  
 $b = 188 : 4 = 47$  ..... 2p
- c)  $a + b = 56 = 7 \times 8$  .....(0,5+0,5)..... 1p

### Sub II

- Suma e număr par, rezultă diferența e număr par. .... 2p  
Ambele se împart la 3, deci diferența se împarte la 3 ..... 2p  
Așadar diferența se împarte exact la 6 ..... 1p  
Obținem diferența e 0 sau 6 ..... 1p  
Dacă diferența e 0, obținem  $a = b = 1008$  ..... 1p  
Dacă diferența e 6, obținem  $a = 1005, b = 1011$  ..... 2p

**Observație:** Dacă încercă toate cifrele (0,1,2...9) se acordă 0,5 p pentru fiecare caz analizat corect+ 4p dacă găsește cele 2 soluții corecte.

### Sub III

- a) 1002016, 9992016,  $S_1 = 10, S_2 = 36$  (1p+1p+0,5p+0,5p) ..... 3p
- b) Se termină în 2016 sunt 900 de nr (1002016, 1012016,...9992016) ..... 1p  
Încep cu 2016 sunt 1000 numere (2016000, 2016001,...2016999) ..... 1p  
Total  $1000+900 = 1900$  ..... 1p
- c) 1002016, 1012016,... 2002016, 2012016 sunt 102 numere ..... 1p  
2016000, 2016001,... ,**2016113** .....(1,5+0,5)..... 2p

### Sub IV

- a)  $333 \times 3 + 333 \times 3 + 3 \times 3 + 3 + 3 + 3 - 3: 3 = 2015$  ..... 4p
- b) Cei 2 bicicliști se întâlnesc după ce parcurg câte 90 km..... 1p  
Deci după  $90 : 30 = 3$  h ..... 2p  
Albina parcurge  $40 \times 3 = 120$  km ..... 2p

**NOTĂ: La fiecare subiect se acordă câte un punct din oficiu.**

## BAREM CLASA A V-A

<b>Sub I</b> $36,5 \times 12 = 438$	1P
$1020 - 438 = 582$	1P
$582 : 12 = 48,5$	1P
$36,5 \times 4 = 146$	1P
$48,5 \times 4 = 194$	1p
$1020 - (146 + 194) = 680$ km (după 4h)	1p
$14 - 12 = 2$ h (de la întâlnire)	0,5p
$36,5 \times 2 = 73$	1p
$48,5 \times 2 = 97$	1p
$97 + 73 = 170$ km (după 14 h)	0,5p
<b>Sub II</b> a) $4/7$	3p
b) $4/7 = 0,(\overline{571428})$	2p
$2016 : 6 = 336$	1p
$S = 336 \times 27 = 9072$	2p
c) $90 + 72 = 162 = 9^2 + 9^2$	1p
<b>Sub III</b> a) $20 \times 50 + 16; 20 \times 51 + 16; 20 \times 52 + 16; \dots; 20 \times 100 + 16$ . Deci 2016 este al 51-lea termen	2p
b) $20 \times 50 + 16 + 20 \times 51 + 16 + 20 \times 52 + 16 + \dots + 20 \times 499 + 16 = \dots = 2477700$	3p
$S = 10^2 \times 24777$ , deci S nu e pătrat perfect	1p
c) Cum toate elementele lui A se termină în 6, pătratele perfecte ale lui A sunt de forma $\overline{a4^2}$ sau $\overline{a6^2}$ unde $a \in$	
$\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \}$	
2p	
Sunt $7 \times 2 = 14$ pătrate perfecte	
1p	
<b>Sub IV</b>	Pentru a fi cât
mai mic, nr trebuie să aibă cât mai puține cifre.	
$0 + 1 + 2 + \dots + 8 = 36$	2p
$2015 - 36 = 1979$	1p
$1979 = 9 \times 219 + 8$	2p
nr căutat va avea 219 cifre de 9, două de 8 și câte una din cifrele 0,1,2,3,4,5,6,7	<b>2p</b>
Final $10234567889999 \dots 999$ (total 229 cifre)	2p

**NOTĂ: La fiecare subiect se acordă câte un punct din oficiu.**

## BAREM CLASA A VI-A

- Sub I** a)  $1/2016 \times 2016/1=1$  (0,5x3) 1,5p
- b) Cu numărătorul 1 sunt 2015 fracții 2p  
 cu numărătorul 2 sunt 2014 fracții, cu numărătorul 3 sunt 2013 fracții,..... cu numărătorul 2015, 1 fracție 2p
- Total  $1+2+3+\dots+2015=2015 \times 1008 (=2031120)$  1p
- c)  $\frac{1}{1008} + \frac{2}{1008} + \frac{3}{1008} + \dots + \frac{1007}{1008} = \frac{1007}{2}$  1p  
 $\frac{1}{2016} + \frac{2}{2016} + \dots + \frac{2015}{2016} = \frac{2015}{2}$
- S** = 1511  $\in \mathbf{N}$  0,5p
- Sub II** a)  $x=3k, y=4k, z=5k, t=6k,$  2p  
 $k=4$  1p  
 $x=12, y=16, z=20, t=24$  1p
- b)  $A=2016=2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$  1p  
 card  $D_{2016}=6 \times 3 \times 2=36$  1p  
 card  $M_{20}=101$  1p  
 card  $M_{16}=126$  1p  
 card  $M_{80}=26$  0,5p  
 $2016-(101+126-26)=1815$  0,5p
- Sub III** figura 1p
- a)  $m(\angle MON) = 90^\circ$ , adică  $m(\angle NOP)=45^\circ$  2p
- b)  $m(\angle AOP) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$  1p  
 $m(\angle AOM) = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$  1p  
 $m(\angle BOC) = m(\angle AOD) = 50^\circ$  1p
- c)  $m(\angle COQ) = 20^\circ$  1p  
 $m(\angle BOC) = 50^\circ$  1p  
 $m(\angle XOY) = 35^\circ$  1p
- Sub IV** a) Frațiile sunt de forma  $\frac{n+2009}{n} = 1 + \frac{2009}{n}$ ,  $n \geq 2$  2p  
 $\frac{2009}{n} \in \mathbf{N}, \Leftrightarrow n \in D_{2009} - \{1\} = \{7, 41, 49, 287, 2009\}$  1p
- Înlocuind, obținem  $B = \{2, 8, 42, 50, 288\}$  1p
- b) Orice număr de pe tablă are forma  $11x+13y$ ,  $x, y$  nr naturale, 2p  
 Din  $11x+13y=86$ , deducem  $y \leq 6$  1p  
 Înlocuind pe  $y$  cu 1, 2, 3, 4, 5, 6, de fiecare dată  $x$  nu e nr natural 1p  
 Deci 86 nu poate apărea pe tablă 1p

**NOTĂ:** La fiecare subiect se acordă câte un punct din oficiu.

## BAREM CLASA A VII A

<b>SUB I</b> a) $M_a=8$	1p
$M_g=\sqrt{ab} = 1$	2p
b) $\sqrt{(a+b)^2} =  a+b  = 16$ , nr rațional	
4p	
c) $1/a+1/b = 16$ , nr rațional	
1p	
$1/a-1/b = -6\sqrt{7}$ , nr irațional	1p
<b>SUB II</b> a) $A(3) = 540$	1p
$540 = 2^2 3^3 5$	1p
$p = 3 \times 5 = 15$	1p
b) $A(n) = n(n+7)(n+15)$	2p
Fie $N=2^a$ , $n+7 = 2^b$ , $n+15 = 2^c$ , $a+b+c = m$	1p
$2^b - 2^a = 7 \rightarrow 2^a(2^{b-a} - 1) = 7 \rightarrow a=0, b=3$	
1p	
$2^c - 2^a = 15 \rightarrow 2^a(2^{c-a} - 1) = 15$ , adică $c=4$	1p
Concluzie: $n=1, m=7$	1p
<b>SUB III</b> Fie $BE \parallel AD$ , $E \in (DC)$ , Triunghiul $BEC$ are laturile 12, 16, 20	
2p	
Conform reciprocei Pitagora $m(\angle CBE) = 90^\circ$	
2p	
Obținem $AD \perp DC$ , iar $S=416$	1p
b) $S_{MBC} = S_{ABCD}/2 = 208$	1p
$BC \times h_M = 416$ , deci $h_M = 416/20 = 20,8$	1p
c) Trapezul dreptunghic este ortodiagonal $\leftrightarrow AD^2 = AB \times CD$	1,5p
cum $16^2 \neq 32 \times 20$ , obținem concluzia	
0,5p	
<b>SUB IV</b> Cum $2015^x + 2015^{-x} > 0$ și $1+x^2 > 0$	1p
avem două posibilități: a) $2015^x + 2015^{-x} = 2$ și $1+x^2 = 1$ , de unde $x = 0$	4p
b) $2015^x + 2015^{-x} = 1$ și $1+x^2 = 2$ , imposibil	3p
Final $x=0$	1p

**NOTĂ:** La fiecare subiect se acordă câte un punct din oficiu.

**BAREM CLS VIII A**

**SUB I**

1	2	3	4	5	6
1792	7,1(4)	6	$16+8\sqrt{2}$	24	28

**SUB II**

- 1) Desen (3p), notație (1p), diagonală (1p) 5p  
 2)  $a+b+c=114$ ,  $a+b=64$  1p  
 $c=50$  1p  
 $a=2b+4$  1p  
 $b=20$ ,  $a=44$  2p  
 3)  $(1+\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \dots$  2p  
 $n=6$  2p  
 $6 \in \mathbf{N}$  **1p**  
 4) a)  $E(2) = 1/12$  5p  
 b)  $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$  1p  
 $\frac{x^2-x}{x^2+2x} = \frac{x-1}{x+2}$  1p  
 Aduce la același numitor 1p  
 final 2p  
 c)  $a=1/3 - 1/9 = 2/9$  3p  
 $\frac{5}{24} < \frac{2}{9}$  1p  
 $\frac{2}{9} < \frac{6}{25}$  1p

**SUB III**

- 1) a)  $P=36$  (2p),  $S=36\sqrt{3}$  (3p) 5p  
 b)  $AC=12$ ,  $AD+DC=24$ ,  $AD=x$ ,  $DC=14-x$  1p  
 Pitagora:  $AD=9$ ,  $DC=15$  3p  
 $S=54 \text{ dam}^2 = 0$ ,  $54 \text{ ha}$  (0,5p+0,5p) 1p  
 c)  $S_{BAD} = 27$  1p  
 $S_{BCD} = 54 + 36\sqrt{3} - 27 = 27 + 36\sqrt{3}$  2p  
 $S_{BCD} = BC \times CD \times \sin(\angle BCD) / 2$  1p  
 $\sin(\angle BCD) = (3+4\sqrt{3})/10$  1p  
 2) a)  $S_{ABCD} = 144$  2p  
 $V = 288\sqrt{3}$  (1p formula + 2p calcul) 3p  
 b) Justificarea unghiului MSN 2p  
 Triunghiul MSN echilateral 2p  
 $m(\angle MSN) = 60^\circ$  1p  
 c)  $\Pr_{(SAC)} SBC = SOC$  1p  
 $S_{soc} = S_{SBC} \cos u$  1p  
 $\cos u = \sqrt{6}/4$  2p  
 $\text{tg } u = \sqrt{5/3}$

1p

**SUB IV**

- $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 2$  8p  
 $(x+2)^2 \leq 2$ , rezultă  $-\sqrt{2} \leq x+2 \leq \sqrt{2}$  3p  
 $(y-3)^2 \leq 2$ , rezultă  $\sqrt{2} \leq y-3 \leq \sqrt{2}$  3p  
 $\sqrt{2} \geq -x-2 \geq -\sqrt{2}$  2p  
 $\sqrt{2} \geq y-3 \geq -\sqrt{2}$  1p  
 Adunând cele 2 inegalități, obținem:  $2\sqrt{2} \geq y-x-5 \geq -2\sqrt{2}$  2p  
 Final  $|y-x-5| \leq 2\sqrt{2}$  1p